Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Mathématiques, BTS groupement C1

Session 2017 • Code sujet : **MATGRC1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2, sauf Innovation textile : 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Modélisation de la croissance du volume de bois fort d'un Douglas** (14 questions) — **Page 3**
2. **Production, contrôle de conformité et assemblage de manettes** (11 questions) — **Page 8**
3. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 12**

Sujet officiel (PDF) : https://btscav.fr/assets/annales/bts-cav/E2 - Mathématiques/2017/BTS CAV - E2 - Mathématiques - Session 2017 - 2-Sujet.pdf

1. Modélisation de la croissance du volume de bois fort d'un Douglas

L'exercice étudie la croissance du volume de bois fort d'un plant de Douglas à partir de mesures relevées à différents âges. Il mobilise un ajustement statistique puis un modèle différentiel pour prévoir le volume et déterminer un âge de commercialisation.

Partie 1 : Modèle statistique

Question 1). Compléter le tableau des valeurs de Q = ln(7/V - 1) en fonction de l'âge t, à partir des volumes fournis et en arrondissant au centième près.

Âge t (années)	10	20	30	50
Volume V (m^3)	0,09	0,19	0,51	2,11
Q = ln(7/V - 1)	4,34	3,58	2,54	0,84

Par exemple, pour t = 20, Q = ln(7/0,19 - 1) ≈ 3,58. Les valeurs sont arrondies au centième.

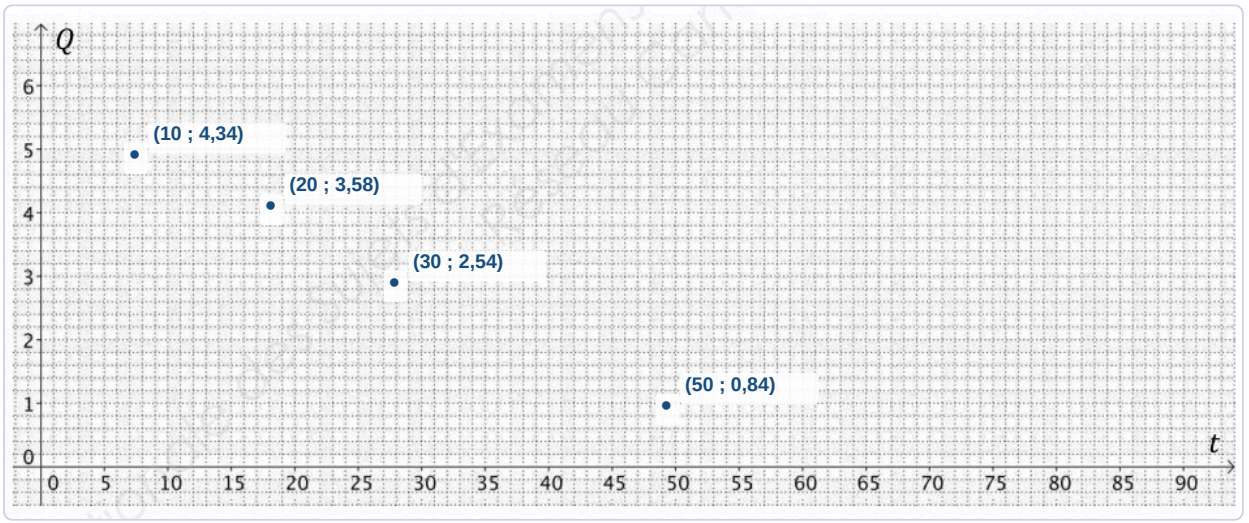
✓ RÉPONSE À RETENIR

Valeurs manquantes : **3,58** et **0,84**.

Question 2). Représenter, dans le repère de l'annexe 2, le nuage de points correspondant aux variables t et Q.

Placer les quatre couples (t ; Q) dans le repère de l'annexe 2, avec t en abscisse et Q en ordonnée. Les coordonnées sont celles du tableau complété à la question précédente.

Nuage de points (t ; Q)



✓ RÉPONSE À RETENIR

(10 ; 4,34), (20 ; 3,58), (30 ; 2,54), (50 ; 0,84).

Question 3). À partir des résultats de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de Q en t par la méthode des moindres carrés, en arrondissant les coefficients au millième près.

L'écran de la calculatrice donne a = -0,088616 et b = 5,26297989 pour la droite y = at + b. Arrondis au millième, les coefficients sont a = -0,089 et b = 5,263.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> **Q = -0,089t + 5,263**.

Question 4). Utiliser l'ajustement affine obtenu pour déterminer la valeur prévisible de Q lorsque t = 80 ans.

On remplace t par 80 dans la droite d'ajustement arrondie : Q(80) = -0,089 × 80 + 5,263 = -1,857.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> **Q(80) = -1,857**.

Question 5). Déterminer le volume de bois fort que l'on peut espérer tirer de ce plant de Douglas lorsqu'il aura 80 ans, à partir de l'ajustement obtenu.

Comme Q = ln(7/V - 1), on obtient $e^{Q} = 7/V - 1$, donc $V = 7/(e^{Q} + 1)$. Avec Q(80) = -1,857, le volume prévisible est $7/(e^{-1,857} + 1) \approx 6,05$ m³.

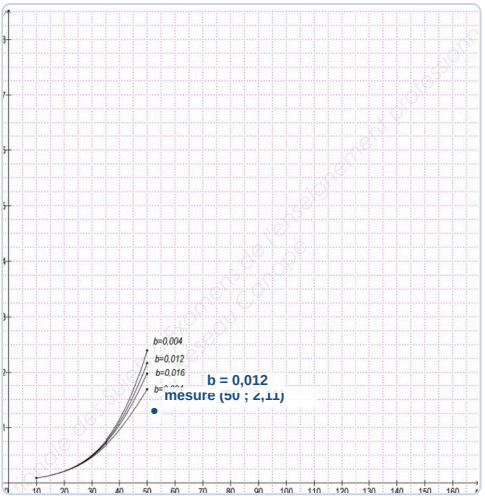
> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> **Volume prévisible à 80 ans : environ 6,05 m³.**

Partie 2 : Modèle dynamique

Question 1). À l'aide du graphique de l'annexe 3 et des volumes observés, expliquer pourquoi on peut choisir b = 0,012 pour le plant de Douglas étudié.

La courbe b = 0,012 de l'annexe 3 correspond au volume observé à 50 ans, environ 2,11 m³. Avec ce choix, le modèle différentiel donne à 50 ans un volume d'environ 2,17 m³, très proche de la mesure. La courbe est donc adaptée au plant étudié.

Repérage de la mesure à 50 ans



✓ RÉPONSE À RETENIR

On retient b = 0,012, car la courbe correspond aux volumes mesurés, notamment à 50 ans.

Question 2a). Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle homogène y' + 0,088y = 0.

L'équation homogène s'écrit y′ = -0,088y. Les solutions sont les fonctions exponentielles de taux -0,088, définies ici pour t ≥ 10.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y(t) = Ce^{-0,088t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 2b). Démontrer que la fonction constante g définie sur [10 ; +∞[par g(t) = 0,012/0,088 est une solution particulière de l'équation différentielle y' + 0,088y = 0,012.

La fonction g est constante, donc g′(t) = 0. En la substituant dans le membre de gauche, on obtient g′(t) + 0,088g(t) = 0 + 0,088 × (0,012/0,088) = 0,012. Elle vérifie donc l'équation sur [10 ; +∞[.

✓ RÉPONSE À RETENIR

g(t) = 0,012/0,088 ≈ 0,13636 est une solution particulière.

Question 2c). Déduire des résultats précédents l'ensemble des solutions de l'équation différentielle y' + 0,088y = 0,012.

Les solutions de l'équation avec second membre s'obtiennent en ajoutant la solution particulière constante aux solutions de l'équation homogène.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y(t) = Ce^{-0,088t} + 0,012/0,088$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 2d). Calculer f(10), puis déterminer la solution particulière f de l'équation différentielle correspondant au plant de Douglas étudié.

Le tableau donne V(10) = 0,09 m³. Or f(t) = 1/V(t), donc f(10) = 1/0,09 = 11,111… En imposant cette condition à la solution générale, on obtient $f(t) = 0,012/0,088 + (1/0,09 - 0,012/0,088)e^{-0,088(t-10)}$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(10) \approx 11,11$ et **$f(t) = 0,012/0,088 + (1/0,09 - 0,012/0,088)e^{-0,088(t-10)}$**.

Question 3a). À partir de l'expression V(t) = 1/(26,46e^(-0,088t) + 0,14), déterminer le volume de bois fort espéré lorsque le plant aura 80 ans.

On substitue t = 80 dans l'expression donnée : $V(80) = 1/(26,46e^{-0,088\times80} + 0,14) \approx 6,13$ m³.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$V(80) \approx 6,13$ m³.

Question 3b). Expliquer pourquoi la courbe représentative de la fonction V admet une asymptote horizontale et en donner une équation.

Quand t tend vers +∞, $e^{-0,088t}$ tend vers 0. Le dénominateur de V(t) tend alors vers 0,14, donc V(t) tend vers 1/0,14.

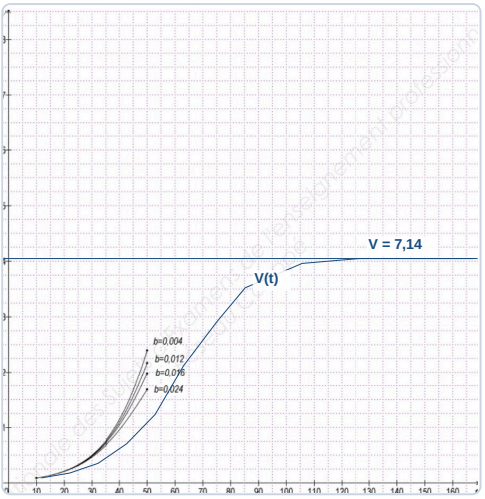
✓ RÉPONSE À RETENIR

Asymptote horizontale : $V = 1/0,14 \approx 7,14$ m³.

Question 3c). Tracer l'asymptote horizontale sur le graphique de l'annexe 3 et compléter la courbe représentative de V. L'étude des variations de V n'est pas attendue.

Sur l'annexe 3, tracer la droite horizontale V = 7,14. Compléter ensuite la courbe définie par l'expression de V : elle part des valeurs observées et se rapproche de cette droite lorsque t augmente.

Courbe de V et asymptote horizontale



✓ RÉPONSE À RETENIR

Asymptote : V = 7,14 m³.

Question 4). L'Office National des Forêts conseille de commercialiser les Douglas lorsqu'ils ont atteint 85 % de la valeur limite du volume de bois fort. Déterminer l'âge auquel il est conseillé de commercialiser le plant étudié.

La valeur limite est 1/0,14. On résout V(t) = 0,85/0,14, ce qui donne $26{,}46e^{-0{,}088t} = 0{,}14(1/0{,}85 - 1)$. En prenant le logarithme, on trouve t ≈ 79,3 ans.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Commercialisation conseillée vers 79,3 ans.

2. Production, contrôle de conformité et assemblage de manettes

Une entreprise fabrique par injection les demi-coques de manettes de console et contrôle leur conformité en fonction de leur masse. L'exercice traite d'une loi normale, d'un test d'hypothèse sur le réglage de la presse et des probabilités liées aux manettes défectueuses, notamment par lots de 50.

Partie 1 : Production

Question Production. La masse X d'une demi-coque supérieure suit une loi normale d'espérance 63 g et d'écart-type 0,45 g. Une pièce est conforme si sa masse est supérieure à 62 g. Calculer la probabilité qu'une demi-coque supérieure choisie au hasard soit conforme.

La masse est modélisée par une loi normale de moyenne 63 g et d'écart-type 0,45 g. On standardise le seuil de conformité : $(62-63)/0,45 \approx -2,22$. Ainsi, la probabilité cherchée est l'aire située à droite de −2,22 sous la loi normale centrée réduite. Par symétrie, elle vaut l'aire à gauche de 2,22, soit environ 0,9869.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité qu'une demi-coque supérieure soit conforme est d'environ **0,9869**, soit **98,69 %**.

Partie 2 : Contrôle de la conformité

Question 1). Le test unilatéral vise à détecter une diminution de la masse moyenne et l'hypothèse alternative est H1 : m < 63. Donner l'hypothèse nulle H0.

L'hypothèse alternative est $H_1 : m<63$: elle représente une diminution de la masse moyenne par rapport à la valeur de référence. L'hypothèse nulle décrit la situation de référence, soit une moyenne égale à 63 g. On écrit donc $H_0 : m=63$. C'est cette hypothèse que le test cherche à rejeter si les résultats indiquent une baisse suffisamment marquée.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> **H_0 : m=63 g.** La moyenne de référence retenue pour le test est 63 g.

Question 2). Parmi les trois propositions, choisir la région de rejet correcte sous l'hypothèse nulle pour le test au seuil de 5 % : a)]-∞ ; 62,926], b) [62,926 ; +∞[, ou c)]-∞ ; 62,912] ∪ [63,089 ; +∞[. Recopier la réponse choisie sans justification.

Réponse a) :]−∞ ; 62,926].

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> **a)]−∞ ; 62,926]**

Question 3). Énoncer la règle de décision du test d'hypothèse au seuil de 5 %.

On compare la moyenne observée dans l'échantillon à la borne de la région de rejet, 62,926 g. La décision est la suivante :

- Si $\bar{x} \leq 62,926$ g, on rejette H_0 et on considère que la masse moyenne a diminué.
- Si $\bar{x} > 62,926$ g, on ne rejette pas H_0.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Rejeter **H_0** si **$\bar{x} \leq 62,926$ g** ; sinon, ne pas rejeter **H_0**.

Question 4). Pour un échantillon de 100 demi-coques supérieures dont la masse totale est de 6 294 g, décider si, au seuil de 5 %, on peut considérer que la masse moyenne a baissé.

La moyenne des 100 masses est $6294/100 = 62,94$ g. Elle est supérieure à la valeur critique de 62,926 g : elle n'appartient donc pas à la région de rejet. Au seuil de 5 %, on ne rejette pas l'hypothèse nulle. Les données de cet échantillon ne permettent donc pas de conclure que la masse moyenne a baissé.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> **Non.** La moyenne de l'échantillon est **62,94 g**, au-dessus du seuil de rejet de **62,926 g**.

Question 5). Déterminer la région de rejet qui aurait été retenue si le test unilatéral avait été réalisé au seuil de 1 %.

1. Pour un test unilatéral à gauche au seuil de 1 %, le quantile critique de la loi normale centrée réduite est environ −2,3263.
2. Sous l'hypothèse nulle, la moyenne a pour espérance 63 g et pour écart-type 0,045 g. Le seuil critique est donc $63 - 2,3263 \times 0,045 \approx 62,8953$ g.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> La région de rejet au seuil de 1 % est **$]-\infty$; 62,8953]**.

Partie 3 : Assemblage des manettes

Question 1). Les demi-coques supérieure et inférieure sont choisies indépendamment ; leurs taux de non-conformité sont respectivement de 1,3 % et 2 %. Démontrer que la probabilité qu'une manette soit défectueuse, c'est-à-dire qu'au moins une demi-coque soit non conforme, vaut 0,0327 après arrondi à 10^-4 près.

Une manette n'est pas défectueuse si ses deux demi-coques sont conformes. Par indépendance, cette probabilité est $(1-0,013)(1-0,02)=0,96726$. La probabilité qu'au moins une demi-coque soit non conforme est donc la probabilité complémentaire : $1-0,96726=0,03274$. Arrondi à 10^{-4} près, on obtient bien $0,0327$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> La probabilité qu'une manette soit défectueuse est **0,0327**, soit environ **3,27 %**.

Question 2a). Pour un lot de 50 manettes et une probabilité de défaut de 3,27 % par manette, justifier que le nombre Y de manettes défectueuses suit une loi binomiale et en donner les paramètres.

- Chaque manette est soit défectueuse, soit non défectueuse.
- La probabilité d'un défaut est constante et vaut $0,0327$.
- Le lot contient 50 manettes et le tirage est assimilé à un tirage avec remise, donc les résultats sont indépendants.

Le nombre de manettes défectueuses suit donc une loi binomiale de paramètres 50 et 0,0327.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> **$Y \sim \mathcal{B}(50 ; 0,0327)$**, où 50 est le nombre de manettes et 0,0327 la probabilité de défaut.

Question 2b). Calculer la probabilité qu'aucune manette d'un lot de 50 ne soit défectueuse.

Pour qu'aucune manette ne soit défectueuse, les 50 doivent être conformes. La probabilité qu'une manette soit conforme est $1-0,0327=0,9673$. Par indépendance, on multiplie cette probabilité pour les 50 manettes : $P(Y=0)=0,9673^{50}\approx 0,1897$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> La probabilité qu'aucune des 50 manettes du lot ne soit défectueuse est d'environ **0,1897**.

Question 2c). Calculer P(Y ≥ 2), puis interpréter ce résultat dans le contexte des lots de manettes.

> $Y \geq 2$ signifie qu'il y a au moins deux manettes défectueuses. On utilise l'événement contraire : $P(Y \geq 2)=1-P(Y=0)-P(Y=1)$, avec $P(Y=1)=50\times 0,0327\times 0,9673^{49}$. Le calcul donne environ 0,4897. Ainsi, près de 49 % des lots de 50 manettes contiennent au moins deux pièces défectueuses.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(Y \geq 2) \approx 0{,}4897$: environ 48,97 % des lots de 50 manettes contiennent au moins deux manettes défectueuses.

Question 2d). Calculer l'espérance E(Y) et expliquer ce qu'elle représente dans le cadre d'un grand nombre de lots de 50 manettes.

Pour une loi binomiale de paramètres $n=50$ et $p=0{,}0327$, l'espérance vaut $E(Y)=np$. Ainsi, $E(Y)=50\times 0{,}0327=1{,}635$. Ce résultat est une moyenne théorique : sur un grand nombre de lots de 50 manettes, le nombre moyen de manettes défectueuses par lot se rapprochera de 1,635.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$E(Y)=1{,}635$. Sur un grand nombre de lots, chacun comptera en moyenne environ 1,635 manette défectueuse.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2017)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS groupement C1, session 2017, porte le code MATGRC1 et dure deux heures. Son coefficient est 2, sauf pour Innovation textile où il est 3. Les exercices étudient la croissance du bois fort d'un Douglas et la fabrication de manettes, en évaluant statistiques, équations différentielles, lois de probabilité et test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour le modèle statistique du Douglas, Q = ln(7/V - 1) transforme les volumes observés en valeurs ajustables en fonction de l'âge t.
- Les solutions de y' + ay = b sont la somme d'une solution de l'équation homogène et d'une solution particulière constante b/a.
- Pour une loi normale, standardiser X avec Z = (X - μ)/σ permet de lire les probabilités dans la loi normale centrée réduite.
- Pour n essais indépendants de probabilité de défaut p, le nombre de défauts suit B(n,p) et son espérance vaut np.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les arrondis demandés : au centième pour le tableau Q et au millième pour les coefficients de la droite d'ajustement.
- Sur les annexes, identifier les axes, placer soigneusement les points et tracer l'asymptote horizontale demandée.
- Pour le test unilatéral, distinguer H0 de H1 et comparer la moyenne observée à la région de rejet correspondant au seuil retenu.
- Dans les calculs de probabilité, justifier l'indépendance ou le modèle binomial et interpréter les résultats dans leur contexte.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment utiliser la droite d'ajustement pour prévoir un volume de bois ?

On évalue d'abord l'expression de la droite pour l'âge demandé afin d'obtenir une valeur estimée de Q. On revient ensuite à la définition Q = ln(7/V - 1) pour exprimer le volume V, en tenant compte des arrondis.

Q : Comment reconnaître l'asymptote horizontale du modèle de croissance ?

On étudie la limite de V(t) lorsque t tend vers l'infini. Le terme exponentiel du dénominateur tend vers zéro, donc la limite du volume est 1/0,14, soit environ 7,14 m³. L'asymptote est donc V = 1/0,14.

Q : Comment organiser son temps sur cette épreuve de deux heures ?

Repérez les questions indépendantes et les annexes à compléter. Répartissez le temps entre les deux exercices selon leurs points, gardez une marge pour les calculs et les tracés, puis vérifiez les réponses, les unités et les documents à rendre.

Q : Quelles exigences de présentation sont explicitement indiquées dans le sujet ?

Le sujet précise que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont prises en compte. Il faut aussi respecter les arrondis indiqués et rendre les annexes 1, 2 et 3 avec la copie.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btscav.fr/assets/annales/bts-cav/E2 - Mathématiques/2017/BTS CAV - E2 - Mathématiques - Session 2017 - 2-Sujet.pdf
Ressources BTS Construction et Aménagement de Véhicules : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.